

军考每天一练·数学

学习过程是一个递进的过程，不管是知识的深度还是广度，只有一个台阶一个台阶地向上攀登才能达到更高的境界，如果由最初的第一台阶就想跃到最高的台阶，不管怎么跳跃都是不可能实现的。

理科的学习注重的是公式或定理的应用和解题思维的培养，如果只是对公式或定理熟练记忆而没有练习的过程，理科的学习就是徒劳的。

如果说利用崔爱功《军考突破》学通各章节知识点是必备的第一步，那么第二步不可缺少的就是利用对应的有针对性的练习题结合军考突破做题训练；多年经验告诉我们，战士考生复习过程中在记住公式和定理的同时，更为重要的就是对知识点的反复应用，在练习的过程中加深记忆和理解、培养解题思维、总结解题方法；只有这样，在应用过程中才能形成整个知识体系，从而达到前后贯通、应用自如。

《军考每天一练·数学》按照每天一训练的要求编写了对应的练习题，这样编写的目的是让战士考生清楚地知道每天学什么、练哪些，循序渐进、日进一寸；难度从低到高编写有梯度的习题，目的是让战士考生按部就班地夯实基础、提升能力。

《军考每天一练·数学》与崔爱功《军考突破》相辅相成，战士考生利用《军考突破》来学通各章节知识点，利用《军考每天一练·数学》巩固和运用对应所学知识考点，定能达到深入的理解和熟练的应用。

本册资料适用于正在准备生长军官（警官）院校招生统考的士兵考生；本资料分成了 63 天，学完后建议用《崔爱功军考模拟卷》和《崔爱功军考冲刺卷》来做综合测评以及查漏补缺。该套资料检验综合能力，锻炼应试技能，确保颗粒归仓。

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
第 01 天 集合的运算 (1) (2)	2
第 02 天 逻辑与充要条件	4
第 03 天 集合经典例题	5
【答案与详解】	7
第二章 函 数	14
第 04 天 函数概念	15
第 05 天 函数性质	17
第 06 天 二次函数	18
第 07 天 指数函数	19
第 08 天 对数函数	20
第 09 天 函数经典例题 (1) (2)	21
【答案与详解】	24
第三章 数 列	39
第 10 天 等差数列 (1) (2)	40
第 11 天 等比数列 (1) (2)	42
第 12 天 递推、裂项、错位相减求和	44
第 13 天 数列经典例题	45
【答案与详解】	47
第四章 三角函数	62
第 14 天 三角函数的定义与公式 (1) (2)	63
第 15 天 三角函数的图象和性质	66
第 16 天 三角函数的典型例题	68
第 17 天 解三角形典型例题 (1) (2)	69
【答案与详解】	71
第五章 向量及其应用	86
第 18 天 平面向量的线性运算	87
第 19 天 平面向量的数量积	88
第 20 天 向量的典型例题 (1) (2)	89
【答案与详解】	91

第六章 不等式	98
第 21 天 不等式的概念与性质	99
第 22 天 均值不等式	99
第 23 天 一元二次不等式的解法	100
第 24 天 线性规划与分式不等式的解法	101
第 25 天 指数、对数不等式的解法	103
第 26 天 绝对值不等式	104
【答案与详解】	105
第七章 立体几何初步	114
第 27 天 直线和平面平行、平面和平面平行	115
第 28 天 垂直（线线、线面、面面）	117
第 29 天 角、距离（线面、面面、异面直线）	119
第 30 天 球（表面积、体积）	120
第 31 天 三视图	122
第 32 天 立体几何经典例题（1）（2）	123
【答案与详解】	126
第八章 直线和圆的方程	149
第 33 天 直线的方程	150
第 34 天 两条直线的位置关系	151
第 35 天 圆的方程	152
第 36 天 直线和圆的方程	153
第 37 天 直线与圆经典例题	155
【答案与详解】	156
第九章 圆锥曲线	166
第 38 天 椭圆的方程	167
第 39 天 椭圆的性质	168
第 40 天 双曲线的方程与性质	169
第 41 天 抛物线的方程与性质	170
第 42 天 圆锥曲线经典例题（1）（2）	171
【答案与详解】	174
第十章 排列、组合与二项式定理	190
第 43 天 排列组合综合应用	191
第 44 天 排列组合的典型例题（1）（2）	192
第 45 天 二项式定理	193
【答案与详解】	195

第十一章 概率与统计	202
第 46 天 古典概率	203
第 47 天 二项分布	205
第 48 天 随机变量的分布与期望	206
第 49 天 统 计	207
第 50 天 概率统计典型例题 (1) (2)	208
【答案与详解】	211
第十二章 推理与证明·数学归纳法	226
第 51 天 合情推理与演绎推理	226
第 52 天 直接证明与间接证明	227
第 53 天 数学归纳法	228
【答案与详解】	229
第十三章 导 数	233
第 54 天 数列的极限	234
第 55 天 函数的极限 ($x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow x_0$)	236
第 56 天 经典例题	237
第 57 天 导数与切线方程	238
第 58 天 导数与函数的单调性	239
第 59 天 导数与函数的极值	240
第 60 天 导数与函数的最值	241
第 61 天 导数的经典例题 (1) (2)	242
【答案与详解】	244
第十四章 复 数	266
第 62 天 复数的概念	267
第 63 天 复数代数式的四则运算	267
【答案与详解】	268

第一章 集合与简易逻辑

【分析与总结】

一、近 12 年·真题走向

年份	选择题	填空题	解答题	重点考查	难度
2011	3			充要条件	中
		2		交集	低
2012	1			集合	低
	2			充要条件	中
2013	1			交集	低
	2			充要条件	高
2014	1			并集	低
	3			充要条件	中
2015	1			并集	中
	3			充要条件	中
2016	1			交集	中
	3			充要条件	中
2017	1			并集	低
	3			充要条件	中
2018	1			子集	中
	3			充要条件	中
2019	1			交集	中
	2			充要条件	中
2020	1			有限集	低
	3			充要条件	中
2021	1			充要条件	中
2022	2			真假命题	低

二、重点总结与复习建议

1. 只考小题，题号位置均为选择题和填空题的前半部分；选择题每年必考，近 11 年无填空题和解答题。
2. 重点考查子集、交集、并集、补集和充要条件。
3. 考查难度高、中、低档都有，偏中、低档题。
4. 关于子集、交集、并集、补集的题目，如果可能的话，尽量用数形结合的方法解决。
5. 关于充要条件的题目，首先充分条件和必要条件的定义要理解清楚，另外这类题目一般都涉

及到其他章节的知识, 这些知识要熟练掌握。

第 01 天 集合的运算 (1)

- 集合 $A = \{x | x^2 - 1 > 0, x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $B = \{x | x^2 + x - 2 > 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 A, B 满足的关系是 ()
 A. $A \subsetneq B$ B. $B \subsetneq A$ C. $A = B$ D. $A \cap B = \emptyset$
- 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
 A. $\{4, 5\}$ B. $\{2, 4, 5, 7\}$ C. $\{1, 6\}$ D. $\{3\}$
- 已知集合 $A = \{x | x < 3\}$, $B = \{x | x < a\}$, 且 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a < 3$ B. $a > 3$ C. $a \leq 3$ D. $a \geq 3$
- 已知集合 $M = \{0, 1\}$, 则满足 $M \cup N = \{0, 1, 2\}$ 的集合 N 的个数是 ()
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
- 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ()
 A. $\{2, 5, 7\}$ B. $\{-1, 2, 5\}$ C. $\{1, 2, 5\}$ D. $\{-7, 2, 5\}$
- 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 < 4\}$, $B = \{x | x^2 - 2x > 0\}$, 则 $A \cap (\complement_U B)$ 等于 ()
 A. $(-\infty, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $[0, 2)$ D. $[0, 2]$
- 已知集合 $M = \{x | \frac{x}{x-1} > 2\}$, $N = \{x | |2x-1| < 2\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()
 A. $\{x | 1 < x < 2\}$ B. $\emptyset$ C. $\{x | -\frac{1}{2} < x < 1\}$ D. $\{x | 1 < x < \frac{3}{2}\}$
- 已知集合 $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $N = \{1, 3, 5\}$, $P = m \cap n$, 则 P 的子集共有 ()
 A. 2 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 8 个
- 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \in \mathbf{Z} | y = \ln(2-x)\}$, $B = \{x | x^2 \leq 2x\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x \in \mathbf{Z} | x < 2\}$ B. $\{x \in \mathbf{Z} | 0 \leq x < 2\}$
 C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 集合 $M = \{x | (\frac{1}{2})^x \geq 1\}$, $N = \{x | y = \lg(x+2)\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
 A. $[0, +\infty)$ B. $(-2, 0]$
 C. $(-2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2) \cup [0, +\infty)$
- 设集合 $P = \{x | x^2 + x - 30 = 0\}$, 集合 $T = \{x | mx + 3 = 0\}$, 且 $T \subseteq P$, 则 m 的值组成的集合是 _____.
- 设集合 $A = \{x | x^2 \leq 4\}$, $B = \{x | x - m < 0\}$. 若 $A \subseteq B$, 则实数 m 的取值范围是_____.

第 01 天 集合的运算 (2)

- 如果集合 $A = \{x | x \leq \sqrt{3}\}$, $a = \sqrt{2}$, 那么 ()
 A. $a \notin A$ B. $\{a\} \subseteq A$ C. $\{a\} \in A$ D. $a \subseteq A$
- 已知集合 $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ()
 A. $\{x | x \geq -1\}$ B. $\{x | x \leq 2\}$ C. $\{x | 0 < x \leq 2\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
- 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B$ 为 ()
 A. $\{1, 2, 4\}$ B. $\{2, 3, 4\}$ C. $\{0, 2, 4\}$ D. $\{0, 2, 3, 4\}$
- 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 集合 $A = \{0, 1, 3, 5, 8\}$, 集合 $B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ()
 A. $\{5, 8\}$ B. $\{7, 9\}$ C. $\{0, 1, 3\}$ D. $\{2, 4, 6\}$
- 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 为 ()
 A. $x = 3, y = -1$ B. $\{(x, y) | x = 3 \text{ 或 } y = -1\}$
 C. $(3, -1)$ D. $\{(3, -1)\}$
- 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x \leq 1, \text{ 或 } x \geq 3\}$, 集合 $B = \{x | k < x < k + 1, k \in \mathbf{R}\}$, 且 $B \cap (\complement_U A) \neq \emptyset$, 则 ()
 A. $k < 0$ 或 $k > 3$ B. $2 < k < 3$ C. $0 < k < 3$ D. $-1 < k < 3$
- 若 $A = \{1, 4, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 且 $A \cap B = B$, 则 x 的值为 ()
 A. 2 或 -2 B. 0 或 -2 C. 0 或 2 D. 0、2 或 -2
- 设集合 $A = \{x | x^2 - x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + x = 0\}$, 则集合 $A \cap B$ 的运算结果为 ()
 A. 0 B. $\{0\}$ C. $\emptyset$ D. $\{-1, 0, 1\}$
- 设 $S = \{x | 2x + 1 > 0\}$, $T = \{x | 3x - 5 < 0\}$, 则 $S \cap T$ 等于 ()
 A. $\emptyset$ B. $\{x | x < -\frac{1}{2}\}$ C. $\{x | x > \frac{5}{3}\}$ D. $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{5}{3}\}$
- 集合 $P = \{x | x \neq 1, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$, 则 $P \cup Q$ 为 ()
 A. Q B. P C. $\mathbf{R}$ D. 无法判定
- 设集合 $A = \{x | -1 < x < 1\}$, $B = \{x | -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$
- 方程 $x^2 + 2x = 0$ 的解集是 ()
 A. $\{0, 2\}$ B. $\{0, -2\}$ C. $\{2\}$ D. $\{-2\}$
- 设集合 $A = \{y | y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

14. 设集合 $A = \{(x, y) | \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1\}$, $B = \{(x, y) | y = 3^x\}$, 则 $A \cap B$ 的子集的个数是 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

15. 已知集合 $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } y = x\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

16. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$, 则满足 $S \subseteq A$ 且 $S \cap B \neq \varnothing$ 的集合 S 的个数为 ()

- A. 57 B. 56 C. 49 D. 8

第 02 天 逻辑与充要条件

1. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $x > \frac{1}{2}$ ” 是 “ $2x^2 + x - 1 > 0$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a = 1$ ” 是 “直线 $l_1: ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $l_2: x + 2y + 4 = 0$ 平行” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 设命题甲: $ax^2 + 2ax + 1 > 0$ 的解集是实数集 $\mathbf{R}$, 命题乙: $a = 0$, 则命题甲是命题乙成立的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 充要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知 α, β 是不同的两个平面, 直线 $a \subset \alpha$, 直线 $b \subset \beta$. 命题 $p: a$ 与 b 无公共点; 命题 $q: \alpha \parallel \beta$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 若 a, b 为实数, 则 “ $0 < ab < 1$ ” 是 “ $b < \frac{1}{a}$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知不等式 $x + 3 \geq 0$ 的解集是 A , 则使得 $a \in A$ 是假命题的 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq -3$ B. $a > -3$ C. $a \leq -3$ D. $a < -3$

7. 设命题 p : 函数 $y = \sin 2x$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$; 命题 q : 函数 $y = \cos x$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$

对称. 则下列判断正确的是 ()

- A. p 为真 B. 非 q 为假 C. $p \wedge q$ 为假 D. $p \vee q$ 为真

8. “ $|f(-x)| = |f(x)|$ ” 是 “ $f(x)$ 为偶函数” 的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
9. $p: \frac{1}{x-3} < 0$, $q: x^2 - 4x - 5 < 0$, 若 p 且 q 为假命题, 则 x 的取值范围是_____.
10. 已知命题 p : 关于 x 的不等式 $x^2 + 2ax + 4 > 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立; q : 函数 $f(x) = -(5-2a)^x$ 是减函数, 若 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 求实数 a 的取值范围.

第 03 天 集合经典例题

1. 已知集合 $P = \{x | x(x-1) \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{x | \frac{1}{x-1} > 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ()
- A. $\emptyset$
B. $\{x | x \geq 1, x \in \mathbf{R}\}$
C. $\{x | x > 1, x \in \mathbf{R}\}$
D. $\{x | x \geq 1 \text{ 或 } x < 0, x \in \mathbf{R}\}$
2. 设 $\alpha, \beta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 那么 “ $\alpha < \beta$ ” 是 “ $\tan \alpha < \tan \beta$ ” 的 ()
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
3. 设 $\mathbf{R}$ 为实数集, 若 A 为全体正实数的集合, $B = \{-2, -1, 1, 2\}$, 则下列结论正确的是 ()
- A. $A \cap B = \{-2, -1\}$
B. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B = (-\infty, 0)$
C. $A \cup B = (0, +\infty)$
D. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{-2, -1\}$
4. 条件 $p: |x| = x$, 条件 $q: x^2 \geq -x$, 则 p 是 q 的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
5. 若集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $Q = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{x | x \leq 3 \text{ 或 } x > 4\}$
B. $\{x | -1 < x \leq 3\}$
C. $\{x | 3 \leq x < 4\}$
D. $\{x | -2 \leq x < -1\}$
6. $a < 0$ 是方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负根的 ()
- A. 必要不充分条件
B. 充分不必要条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
7. 设全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} | 0 \leq x \leq 5\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{y | y = \log_{\sqrt{3}} x, x \in A\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ()
- A. $\{0, 2, 4, 5\}$
B. $\{0, 4, 5\}$
C. $\{2, 4, 5\}$
D. $\{4, 5\}$
8. 设 a, b 都是实数, 则 “ $\lg(a^2 + 1) < \lg(b^2 + 1)$ ” 是 “ $a < b$ ” 的 ()
- A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件
9. 已知 $A \cdot B \cdot C \neq 0$, 则 “ A, B, C 三者符号相同” 是 “方程 $Ax^2 + By^2 = C$ 表示椭圆” 的 ()

- A. 充要条件
C. 必要不充分条件
- B. 充分不必要条件
D. 既不充分也不必要条件
10. 已知集合 $P = \{-1, 0, 1\}$, $Q = \{x | x = ab, a, b \in P \text{ 且 } a \neq b\}$, 则 $P \cup Q$ 等于 ()
A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-1, 1\}$
11. “ $x_1 > 2$ 且 $x_2 > 2$ ” 是 “ $x_1 + x_2 > 4$ 且 $x_1 x_2 > 4$ ” 的 ()
A. 充分不必要条件
C. 充要条件
- B. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要
12. 设集合 $P = \{5, \log_2(a+3)\}$, 集合 $Q = \{a, b\}$, 若 $P \cap Q = \{2\}$, 则 $P \cup Q =$ ()
A. $\{1, 2, 4\}$ B. $\{1, 2, 5\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{2, 3, 5\}$
13. “ $k = h$ ” 是 “直线 $y = x + 2$ 与圆 $(x - k)^2 + (y - h)^2 = 2$ 相切” 的 ()
A. 充分不必要条件
C. 充要条件
- B. 必要不充分条件
D. 既不充分又不必要条件
14. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | \frac{1}{2} < 2^x < 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{x \in \mathbf{R} | -2 < x < 2\}$
C. $\{x \in \mathbf{R} | -2 < x < \log_2 5\}$
- B. $\{x \in \mathbf{R} | -1 < x < 2\}$
D. $\{x \in \mathbf{R} | -1 < x < \log_2 5\}$
15. 已知集合 $A = \{1, a\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 “ $a = 3$ ” 是 “ $A \subseteq B$ ” 的 ()
A. 充分不必要条件
C. 充分必要条件
- B. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件
16. 已知直线 a, b 分别在两个不同的平面 α, β 内. 则 “直线 a 和直线 b 相交” 是 “平面 α 和平面 β 相交” 的 ()
A. 充分不必要条件
C. 充要条件
- B. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件
17. 对于函数 $y = f(x)$, $x \in \mathbf{R}$, “ $y = |f(x)|$ 的图象关于 y 轴对称” 是 “ $y = f(x)$ 是奇函数” 的 ()
A. 充分不必要条件
C. 充要条件
- B. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

第一章 集合与简易逻辑

【答案与详解】

第 01 天 集合的运算 (1)

1. 【答案】B

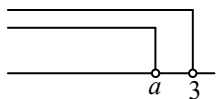
【详解】 $A = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$, $B = (-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$, 则 $B \subsetneq A$.

2. 【答案】A

【详解】 $\because \complement_U B = \{2, 4, 5, 7\}$, $\therefore A \cap (\complement_U B) = \{4, 5\}$.

3. 【答案】C

【详解】



, 故选 C.

4. 【答案】C

【详解】集合 N 中至少有元素 2, 然后从 0, 1 里不要元素, 要一个, 要两个, 共 4 种.

5. 【答案】C

【详解】由 $A \cap B = \{2\}$, 得 $2 \in A$, 即 $\log_2(a+3) = 2$, 得 $a+3 = 4$, 即 $a = 1$; 再由 $A \cap B = \{2\}$, 得 $2 \in B$, 即 $b = 2$, 得 $A = \{5, 1\}$, $B = \{2, 1\}$, 即 $A \cup B = \{1, 2, 5\}$.

6. 【答案】C

【详解】由 $x^2 < 4$, 得 $-2 < x < 2$, 即 $A = (-2, 2)$, 由 $x^2 - 2x > 0$, 得 $x > 2$, 或 $x < 0$, 即 $\complement_U B = [0, 2]$, 得 $A \cap (\complement_U B) = [0, 2)$.

7. 【答案】D.

【详解】 $\because M = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $N = \{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}\}$, $\therefore M \cap N = \{x \mid 1 < x < \frac{3}{2}\}$.

8. 【答案】B

【详解】 $P = \{1, 3\}$, 共有子集 $2^2 = 4$ 个.

9. 【答案】B

【详解】 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid y = \ln(2-x)\} = \{x \in \mathbf{Z} \mid x < 2\}$, $B = \{x \mid x^2 \leq 2x\} = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, $\therefore A \cap B = \{x \in \mathbf{Z} \mid 0 \leq x < 2\}$.

10. 【答案】B

【详解】 $\because$ 集合 $M = \{x | (\frac{1}{2})^x \geq 1\} = \{x | (\frac{1}{2})^x \geq (\frac{1}{2})^0\}$, $\therefore M = \{x | x \leq 0\}$,

$$N = \{x | y = \lg(x+2)\} = \{x | x > -2\},$$

$$\therefore A \cap B = \{x | x \leq 0\} \cap \{x | x > -2\} = \{x | -2 < x \leq 0\}.$$

11. 【答案】 $\{0, \frac{1}{2}, -\frac{3}{5}\}$

【详解】 $P = \{x | x^2 + x - 30 = 0\} = \{-6, 5\}$; $T = \{x | mx + 3 = 0\}$, 且 $T \subseteq P$, 所以 $m = 0$ 或

$$-\frac{3}{m} = -6 \text{ 或 } -\frac{3}{m} = 5 \Leftrightarrow m = 0 \text{ 或 } m = \frac{1}{2} \text{ 或 } m = -\frac{3}{5}.$$

【点评】本题考查子集的概念, 注意到空集是任意集合的子集.

12. 【答案】 $(2, +\infty)$

【详解】 $A = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < m\}$. 若 $A \subseteq B$, 则 $m > 2$.

【点评】本题考查集合的子集概念.

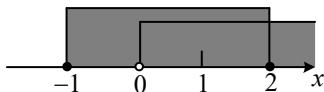
第 01 天 集合的运算 (2)

1. 【答案】B

【详解】 $a = \sqrt{2} < \sqrt{3}$, $\therefore a \in A$, A 错误, 由元素与集合之间的关系及集合与集合之间的关系可知, C、D 错, B 正确.

2. 【答案】A

【详解】画出数轴表示如图, $A \cup B$ 如阴影部分所示.



3. 【答案】C

【详解】 $(\complement_U A) = \{0, 4\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{0, 4\} \cup \{2, 4\} = \{0, 2, 4\}$.

4. 【答案】B

【详解】根据集合运算的性质求解. 因为 $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$, 所以 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B) = \{7, 9\}$.

5. 【答案】D

【详解】 $M \cap N = \{(x, y) | \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=4 \end{cases}\} = \{(x, y) | \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}\} = \{(3, -1)\}$.

6. 【答案】C

【详解】 $\complement_U A = \{x | 1 < x < 3\}$, 借助于数轴可得 $\begin{cases} k+1 > 1 \\ k < 3 \end{cases}$, $\therefore 0 < k < 3$.

7. 【答案】D

【详解】由 $A \cap B = B$, 得 $B \subseteq A$, 则 $x^2 = 4$ 或 $x^2 = x$, 且 $x \neq 1$.

【点评】考查集合与集合的关系.

8. 【答案】B

【详解】 $A = \{0, 1\}$, $B = \{-1, 0\}$.

【点评】考查集合的交集运算.

9. 【答案】D

【详解】 $\because S = \{x | 2x + 1 > 0\} = \{x | x > -\frac{1}{2}\}$, $T = \{x | 3x - 5 < 0\} = \{x | x < \frac{5}{3}\}$,

$$\therefore S \cap T = \{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{5}{3}\}.$$

【点评】考查集合的交集运算.

10. 【答案】B

【详解】 $Q \subseteq P \Leftrightarrow P \cup Q = P$.

【点评】考查集合的并集运算.

11. 【答案】C

【详解】 $A \cap B = \{0\}$, 交集取公共元素.

【点评】考查集合的基本运算.

12. 【答案】B

【详解】 $\because x^2 + 2x = x(x + 2) = 0$, $\therefore x = 0$ 或 $x = -2$. $\therefore$ 解集为 $\{0, -2\}$.

【点评】考查集合的表示法.

13. 【答案】C

【详解】 $A = \{y | y = 2^x, x \in R\} = (0, +\infty)$, $B = \{x | x^2 - 1 < 0\} = (-1, 1)$

则 $A \cup B = (-1, +\infty)$.

【点评】这是典型的军考标配题目, 入手容易, 得分容易..

14. 【答案】A

【详解】画出椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ 和指数函数 $y = 3^x$ 图象, 可知其有两个不同交点, 记为 A_1, A_2 ,

则 $A \cap B$ 的子集应为 $\emptyset, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_1, A_2\}$ 共四种.

15. 【答案】C

【详解】集合 A 表示由圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的所有点组成的集合; 集合 B 表示直线 $y = x$ 上的所有点组成的集体, 由于直线经过圆内的点 $O(0, 0)$, 故直线与圆有两个交点.

16. 【答案】B

【详解】集合 A 的所有子集共有 $2^6 = 64$ 个, 其中不含 4, 5, 6 的子集有 $2^3 = 8$ 个, 所以集合 S 共有 56 个.

第 02 天 逻辑与充要条件

1. 【答案】A

【详解】由 $2x^2 + x - 1 > 0$ ，可得 $x < -1$ 或 $x > \frac{1}{2}$ ， $\therefore$ “ $x > \frac{1}{2}$ ” 是 “ $2x^2 + x - 1 > 0$ ” 的充分不必要条件.

2. 【答案】C

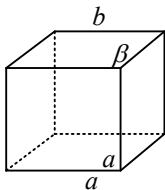
【详解】 l_1 与 l_2 平行的充要条件为 $a \times 2 = 2 \times 1$ 且 $a \times 4 \neq -1 \times 1$ ，得 $a = 1$.

3. 【答案】C

【详解】若 $ax^2 + 2ax + 1 > 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$ ，则 $a = 0$ 或 $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 0$ 或 $\begin{cases} a > 0 \\ 4a^2 - 4a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 0$ 或

$0 < a < 1$ ， $\therefore 0 \leq a < 1$. 因此乙 $\Rightarrow$ 甲，但甲 $\nRightarrow$ 乙. $\therefore$ 命题甲是命题乙成立的必要不充分条件.

4. 【答案】B



【详解】如图，正方体中的 a, b 无公共点，但 α, β 相交. 反之，显然 $\alpha // \beta \Rightarrow a$ 与 b 无公共点.

5. 【答案】D

【详解】当 $0 < ab < 1$ ， $a < 0$ ， $b < 0$ 时，有 $b > \frac{1}{a}$ ；反过来， $b < \frac{1}{a}$ ，当 $a < 0$ 时，有 $ab > 1$.

$\therefore$ “ $0 < ab < 1$ ” 是 “ $b < \frac{1}{a}$ ” 的既不充分也不必要条件.

6. 【答案】D

【详解】 $\because x + 3 \geq 0$ ， $\therefore A = \{x | x \geq -3\}$. 又 $\because a \in A$ 是假命题，即 $a \notin A$ ， $\therefore a < -3$.

7. 【答案】C

【详解】因周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ，故 p 为假命题. 因 $\cos x$ 的对称轴为 $x = k\pi (k \in \mathbf{Z})$ ，故 q 也为假命题，所以 $p \wedge q$ 为假.

8. 【答案】B

【详解】 $|f(-x)| = |f(x)| \Leftrightarrow f(-x) = f(x)$ 或 $f(-x) = -f(x)$;
 $f(x)$ 为偶函数 $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$.

所以 “ $|f(-x)| = |f(x)|$ ” $\Leftrightarrow$ “ $f(x)$ 为偶函数”，

所以 “ $|f(-x)| = |f(x)|$ ” 是 “ $f(x)$ 为偶函数” 的必要不充分条件.

9. 【答案】 $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

【详解】 $p: x < 3, q: -1 < x < 5$. $\because p \wedge q$ 为假命题, $\therefore p, q$ 中至少有一个为假, $\therefore x \geq 3$ 或 $x \leq -1$.

10. 【详解】设 $g(x) = x^2 + 2ax + 4$. 由于关于 x 的不等式 $x^2 + 2ax + 4 > 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立,

$\therefore$ 函数 $g(x)$ 的图象开口向上且与 x 轴没有交点, 故 $\Delta = 4a^2 - 16 < 0$. $\therefore -2 < a < 2$, $\therefore$ 命题

$p: -2 < a < 2$. $\because$ 函数 $f(x) = -(5-2a)^x$ 是减函数, 则有 $5-2a > 1$, 即 $a < 2$, $\therefore$ 命题 $q: a < 2$.

又由于 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 可知 p 和 q 一真一假.

(1) 若 p 真 q 假, 则 $\begin{cases} -2 < a < 2 \\ a \geq 2 \end{cases}$ 此不等式组无解.

(2) 若 p 假 q 真, 则 $\begin{cases} a \leq -2 \text{ 或 } a \geq 2 \\ a < 2 \end{cases}$, $\therefore a \leq -2$.

综上所述, 所求实数 a 的取值范围是 $\{a | a \leq -2\}$.

第 03 天 集合经典例题

1. 【答案】C

【详解】由 $x(x-1) \geq 0$, 得 $x \geq 1$ 或 $x \leq 0$; 由 $\frac{1}{x-1} > 0$, 得 $x > 1$, 即 $Q \subseteq P$,

得 $P \cap Q = Q = \{x | x > 1, x \in \mathbf{R}\}$.

【点评】本题考查解不等式和集合的运算.

2. 【答案】C

【详解】函数 $y = \tan x$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上是增函数, $\alpha < \beta \Leftrightarrow \tan \alpha < \tan \beta$.

【点评】本题考查的是正切函数的单调性以及充要条件的判定.

3. 【答案】D

【详解】 $\because A = \{x | x > 0\}, \complement_{\mathbf{R}} A = \{x | x \leq 0\}$, $\therefore (\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{-2, -1\}$.

【点评】本题考查集合的交、并、补运算.

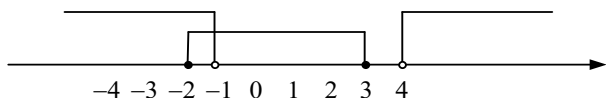
4. 【答案】A

【详解】 $p: |x| = x \Leftrightarrow x \geq 0; q: x^2 \geq -x \Leftrightarrow x \geq 0 \text{ 或 } x \leq -1, \therefore p \Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$.

【点评】本题涉及不等式的化简, 重点考查充要条件的判定.

5. 【答案】D

【详解】 $A \cap B = \{x | -2 \leq x < -1\}$.



【点评】本题考查集合的交集运算.

6. 【答案】B

【详解】 $a < 0$ 时, 用根与系数的关系定理可知方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有一个负根, 一个正根. $a = 0$ 时, 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有一个负根 $x = -\frac{1}{2}$. 这就表明 $a < 0$ 是方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有一个负根的充分非必要条件.

【点评】要注意考虑特殊情况, 这是做选择题的首选方法, 本题也可分析出方程至少有一个负根的充要条件, 但是作为选择题不是最好的方法.

7. 【答案】D

【详解】 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{0, 2\}$

$\therefore \complement_U A = \{0, 2, 4, 5\}$, $\complement_U B = \{1, 3, 4, 5\}$, $\therefore (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{4, 5\}$.

【点评】本题考查集合的交、补运算.

8. 【答案】D

【详解】先化简 $\lg(a^2 + 1) < \lg(b^2 + 1) \Leftrightarrow a^2 + 1 < b^2 + 1 \Leftrightarrow |a| < |b|$, 又 $|a| < |b|$ 不能推出 $a < b$, $a < b$ 不能推出 $|a| < |b|$.

【点评】本题涉及对数的运算, 重点考查充要条件.

9. 【答案】C

【详解】“方程 $Ax^2 + By^2 = C$ 表示椭圆” $\Leftrightarrow$ “ A 、 B 、 C 三者符号相同, 且 $A \neq B$ ”, 所以 “ A 、 B 、 C 三者符号相同” $\Leftarrow$ “方程 $Ax^2 + By^2 = C$ 表示椭圆”, 而 “ A 、 B 、 C 三者符号相同” $\nRightarrow$ “方程 $Ax^2 + By^2 = C$ 表示椭圆”, 故 “ A 、 B 、 C 三者符号相同” 是 “方程 $Ax^2 + By^2 = C$ 表示椭圆” 的必要不充分条件.

【点评】考查命题充分性必要性的判定, 涉及椭圆的标准方程.

10. 【答案】C

【详解】 $Q = \{-1, 0\}$, 则 $P \cup Q = \{-1, 0, 1\}$.

【点评】考查集合的并集运算.

11. 【答案】A

【详解】充分性显然成立, 若 $x_1 = 10$, $x_2 = \frac{1}{2}$, 满足 $x_1 + x_2 > 4$ 且 $x_1 x_2 > 4$, 但不满足 $x_1 > 2$ 且 $x_2 > 2$, 故必要性不成立.

【点评】考查命题的充分性和必要性的判断.

12. 【答案】B

【详解】据题设 $\log_2(a+3) = 2 \Leftrightarrow a = 1$, $\therefore b = 2$, $P = \{5, 2\}$, $Q = \{1, 2\}$, $\therefore P \cup Q = \{1, 2, 5\}$.

【点评】考查集合的并集运算.

13. 【答案】A

【详解】直线 $y = x + 2$ 与圆 $(x-k)^2 + (y-h)^2 = 2$ 相切 $\Leftrightarrow$ 圆心到直线的距离等于半径, 即

$$\frac{|k-h+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |k-h+2| = 2 \text{ 所以 } k=h \text{ 或 } k-h+4=0.$$

【点评】考查命题的充分性和必要性的判断.

14. 【答案】B

【详解】 $\because A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x| < 2\} = \{x \mid -2 < x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid \frac{1}{2} < 2^x < 5\} = \{x \mid 2^{-1} < 2^x < 2^{\log_2 5}\}$
 $= \{x \mid -1 < x < \log_2 5\}$, $\therefore A \cap B = \{x \in \mathbf{R} \mid -1 < x < 2\}$.

【点评】本题考查集合的交集运算.

15. 【答案】A

【详解】 $\because a=3 \Rightarrow A \subseteq B$, 但 $A \subseteq B \nRightarrow a=3$, 所以“ $a=3$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的充分不必要条件.

【点评】考查命题的充分性和必要性的判断.

16. 【答案】A

【详解】直线 a 与直线 b 相交, 则 α, β 一定相交, 若 α, β 相交, 则 a, b 可能相交, 也可能平行或异面.

17. 【答案】B

【详解】若 $y=f(x)$ 是奇函数, 则 $y=|f(x)|$ 的图象关于 y 轴对称; 反之不成立, 比如偶函数 $y=f(x)$, 满足 $y=|f(x)|$ 的图象关于 y 轴对称, 但不一定是奇函数.

WWW.JUNKAO.COM
 咨询热线: 13810115611

第二章 函 数

【分析与总结】

一、近 12 年·真题走向

年份	选择题	填空题	解答题	重点考查	难度
2011	2			函数的单调性	中
		3		反函数	中
		5		函数的奇偶性	低
	5			函数的奇偶性	中
2012		1		定义域	高
			三、1	对数方程	中
2013	3			指数函数、对数函数	中
		1		分段函数	中
2014	2			反函数	中
	4			指数函数、对数函数	中
		7		分段函数	中
2015	2			函数的单调性	中
		8		分段函数	中
2016	2			函数的单调性奇偶性	高
		8		对数函数	高
2017	2			函数的单调性	中
	4			函数的单调性	中
		13		分段函数	低
			18	函数的值域与最值、不等式解法	中
2018	2			函数的单调性	中
			18	三次函数	高
2019	4			函数的奇偶性	中
	9			对数函数	高
		10		对数函数	中
		17		指数函数	高
2020	5			对数函数	高
	8			指数函数	中
2021	2			函数的奇偶性	中
2022	1			定义域	中

二、重点总结与复习建议

1. 主要考查选择题和填空题，选择题几乎每年都考；解答题很少考，题号基本上都是第一道。
2. 重点考查分段函数、二次函数、指数函数、对数函数、函数的定义域、奇偶性、单调性和反函数等相关内容。
3. 考查难度高、中、低档都有，偏中、高档题。
4. 小题中考指数函数和对数函数的情况较多，要加强这方面的练习。
5. 函数的大题中一般会和其他知识联系，比如不等式、绝对值、最大或最小值等，但一般不会太难，属中低档题，只要注意，得分不难。
6. 函数这一章知识点较多，只有在掌握知识的基础上多加练习才行。

第 04 天 函数概念

1. 函数 $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{x}$ 的定义域是 ()
 A. $\{x | x \leq 1\}$ B. $\{x | x \geq 0\}$
 C. $\{x | x \geq 1, \text{ 或 } x \leq 0\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$
2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} f(x-1), & x > 0 \\ -2, & x = 0 \\ 3^x, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(2) =$ ()
 A. 9 B. 3 C. 0 D. -2
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ 2^x + ax, & x > 1 \end{cases}$, 若 $f(f(1)) = 4a$, 则实数 $a =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. 4
4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} - 2, & x \leq 1 \\ -\log_2(x+1), & x > 1 \end{cases}$, 且 $f(a) = -3$, 则 $f(6-a) =$ ()
 A. $-\frac{7}{4}$ B. $-\frac{5}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$
5. 已知 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x-1, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f[f(\frac{2}{3})]$ 的值为 ()
 A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$
6. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x (-2 \leq x \leq 1 \text{ 且 } x \in \mathbf{Z})$, 则 $f(x)$ 的值域是 ()

- A. $[0, 3]$ B. $\{-1, 0, 3\}$ C. $\{0, 1, 3\}$ D. $[-1, 3]$

7. 已知函数 $y = f(x+1)$ 定义域是 $[-2, 3]$, 则 $y = f(2x-1)$ 的定义域是 ()

- A. $[0, \frac{5}{2}]$ B. $[-1, 4]$ C. $[-5, 5]$ D. $[-3, 7]$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$, 如果 $f(x_0) = 2$, 那么实数 x_0 的值为 ()

- A. 4 B. 0 C. 1 或 4 D. 1 或 -2

9. 已知函数 $f(x) = a^x + \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在 $[1, 2]$ 上的最大值与最小值之和为 $\log_a 2 + 6$, 则 a 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 2 D. 4

10. 已知: $a = 2^{\frac{4}{3}}, b = 4^{\frac{2}{5}}, c = 25^{\frac{1}{3}}$, 则 ()

- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

11. 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 分别由下表给出

x	1	2	3
$f(x)$	2	1	1
x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

(1) $f[g(1)] =$ _____;

(2) 若 $g[f(x)] = 2$, 则 $x =$ _____.

12. 函数 $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ 在区间 $[1, 4]$ 上的值域为 _____.

13. 函数 $f(x) = x + \sqrt{2x-1}$ 的值域为 _____.

14. 已知 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 则不等式 $x f(x) + x \leq 2$ 的解集是 _____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_5 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f(f(\frac{1}{25})) =$ _____.

16. 对于任何 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $-9 < \frac{3x^2 + px - 6}{x^2 - x + 1} < 6$ 恒成立, 求实数 p 的取值范围.

第 05 天 函数性质

- 函数 $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$ 的单调递减区间为 ()
 A. $(-\infty, -3]$ B. $(-\infty, -1]$ C. $[1, +\infty)$ D. $[-3, -1]$
- 若函数 $f(x) = 4x^2 - kx - 8$ 在 $[5, 8]$ 上是单调函数, 则 k 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, 40)$ B. $[40, 64]$
 C. $(-\infty, 40] \cup [64, +\infty)$ D. $[64, +\infty)$
- 函数 $y = x - \frac{1}{x}$ 在 $[1, 2]$ 上的最大值为 ()
 A. 0 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3
- 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 在区间 $[0, +\infty)$ 为增函数, 且 $f(\frac{1}{3}) = 0$, 则不等式 $f(\log_{\frac{1}{8}} x) > 0$ 的解集为 ()
 A. $(\frac{1}{2}, 2)$ B. $(2, +\infty)$
 C. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (2, +\infty)$ D. $(0, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$
- 已知 $f(x) = ax^3 + bx - 4$, 其中 a, b 为常数, 若 $f(-2) = 2$, 则 $f(2)$ 的值等于 ()
 A. -2 B. -4 C. -6 D. -10
- 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = 2^{|x-m|} - 1$ (m 为实数) 为偶函数, 记 $a = f(\log_{0.5} 3)$, $b = f(\log_2 5)$, $c = f(2m)$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$
- 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 和偶函数 $g(x)$ 满足 $f(x) + g(x) = a^x - a^{-x} + 2$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$), 若 $g(2) = a$, 则 $f(2) =$ ()
 A. 2 B. $\frac{15}{4}$ C. $\frac{17}{4}$ D. a^2
- 已知 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上最小正周期为 2 的周期函数, 且当 $0 \leq x < 2$ 时, $f(x) = x^3 - x$, 则函数 $f(x)$ 的图象在区间 $[0, 6]$ 上与 x 轴的交点的个数为 ()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 下列函数中, 既是偶函数, 又是在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的函数是 ()
 A. $y = \ln \frac{1}{|x|}$ B. $y = x^3$ C. $y = 2^{|x|}$ D. $y = \cos x$
- 函数 $f(x) = x^3 + \sin x + 1 (x \in \mathbf{R})$, 若 $f(a) = 2$, 则 $f(-a)$ 的值为 ()
 A. 3 B. 0 C. -1 D. -2
- 函数 $f(x) = x^2 - |x|$ 的单调递减区间是_____.

12. 奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数, 在区间 $[3, 6]$ 上最大值是 4, 最小值是 -1, 则 $2f(-6) + f(-3) =$ _____.
13. 已知点 $(3, 9)$ 在函数 $f(x) = 1 + a^x$ 的图像上, 则 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.
14. 函数 $f(x)$ 是定义域上的单调递减函数, 且过点 $(-3, 2)$ 和 $(1, -2)$, 则 $|f(x)| < 2$ 的自变量 x 的取值范围是 _____.
15. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x(1+x)$. 求函数的解析式.
16. 已知二次函数 $f(x) = x^2 - mx + 1$,
- (1) 若函数 $y = f(x)$ 是偶函数, 求实数 m 的取值范围;
 - (2) 若函数 $g(x) = f(x) + (2m-1)x - 9$, 且 $\forall m \in [-1, 3]$, 都有 $g(x) \leq 0$ 恒成立, 求实数 x 的取值范围;
 - (3) 若函数 $h(x) = f(x) - (1-m)x^2 + 2x$, 求函数 $y = h(x)$ 在 $x \in [-1, 1]$ 的最小值 $H(m)$.

第 06 天 二次函数

1. 函数 $y = -x^2 - 2x - 8$ 的最大值是 ()
 - A. -8
 - B. -7
 - C. -6
 - D. 不确定
2. 已知二次函数 $y = ax^2 - 4x + 1$ 有最小值 -1, 则 a 的值为 ()
 - A. 2
 - B. -2
 - C. 2 或 -2
 - D. 以上答案都不对
3. 已知 $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$, 则函数 $f(x) = x^2 + x + 1$ ()
 - A. 有最小值 $-\frac{3}{4}$, 无最大值
 - B. 有最小值 $\frac{3}{4}$, 最大值 1
 - C. 有最小值 1, 最大值 $\frac{19}{4}$
 - D. 无最小值和最大值
4. “ $a = 2$ ” 是 “函数 $f(x) = x^2 + 2ax - 2$ 在区间 $(-\infty, -2]$ 内单调递减” 的 ()
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充分必要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
5. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + 2x + c (x \in \mathbf{R})$ 的值域为 $[0, +\infty)$, 则 $a + c$ 的最小值是 ()
 - A. 2
 - B. $4\sqrt{2}$
 - C. 4
 - D. $2\sqrt{2}$
6. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + m - 3 = 0$ 的两个实数根 x_1, x_2 满足 $x_1 \in (-1, 0)$, $x_2 \in (3, +\infty)$, 则实数 m 的取值范围是 ()
 - A. $(\frac{2}{3}, 3)$
 - B. $(\frac{6}{5}, 3)$
 - C. $(\frac{2}{3}, \frac{6}{5})$
 - D. $(-\infty, \frac{2}{3})$
7. 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$, 且函数的最大值为 9, 则这个二次函数的表达式是 _____.
8. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$, $g(x) = ax + 2 (a > 0)$, 对任意的 $x_1 \in [-1, 2]$, 存在 $x_0 \in [-1, 2]$, 使 $g(x_1) = f(x_0)$, 则 a 的取值范围是 _____.
9. 已知函数 $f(x) = 4x^2 - 4ax + (a^2 - 2a + 2)$ 在闭区间 $[0, 2]$ 上有最小值 3, 求实数 a 的值.
10. 求函数 $y = 4^x - 2^{x+1} + 3$, $x \in (-\infty, 1]$ 的值域和单调区间.

第 07 天 指数函数

1. 若 $2 < a < 3$, 化简 $\sqrt{(2-a)^2} + \sqrt[4]{(3-a)^4}$ 的结果是 ()

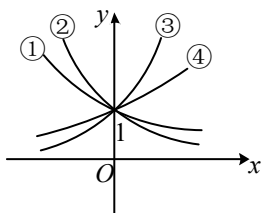
- A. $5-2a$ B. $2a-5$ C. 1 D. -1

2. 设 $2^a = 5^b = m$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$, 则 m 等于 ()

- A. $\sqrt{10}$ B. 10 C. 20 D. 100

3. 如图是指数函数① $y = a^x$, ② $y = b^x$, ③ $y = c^x$, ④ $y = d^x$ 的图象, 则 a, b, c, d 与 1 的大小关系是 ()

- A. $a < b < 1 < c < d$ B. $b < a < 1 < d < c$
C. $1 < a < b < c < d$ D. $a < b < 1 < d < c$



4. 函数 $y = (\frac{1}{2})^x - 2$ 的图象必过 ()

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、三、四象限 D. 第二、三、四象限

5. 当 $x \in [-2, 2)$ 时, $y = 3^{-x} - 1$ 的值域是 ()

- A. $(-\frac{8}{9}, 8]$ B. $[-\frac{8}{9}, 8]$ C. $(\frac{1}{9}, 9)$ D. $[\frac{1}{9}, 9]$

6. 若 $(\frac{1}{2})^{2a+1} < (\frac{1}{2})^{3-2a}$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, \frac{1}{2})$

7. 化简 $2^{-(2k+1)} - 2^{-(2k-1)} + 2^{-2k}$ 等于 ()

- A. 2^{-2k} B. $2^{-(2k-1)}$ C. $-2^{-(2k+1)}$ D. 2

8. 函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 对任意正实数 x, y 都有 ()

- A. $f(xy) = f(x) f(y)$ B. $f(xy) = f(x) + f(y)$
C. $f(x+y) = f(x) f(y)$ D. $f(x+y) = f(x) + f(y)$

9. 函数 $f(x) = (\frac{1}{3})^{x-1}$ 在区间 $[-2, -1]$ 上的最大值是 ()

- A. 1 B. 3 C. 9 D. 27

10. 设 $a = 0.6^{0.6}$, $b = 0.6^{1.5}$, $c = 1.5^{0.6}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

11. 函数 $f(x) = a^x (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最大值比最小值大 $\frac{a}{2}$, 求 a 的值.

第 08 天 对数函数

1. 若 $\log_3(\log_2 x) = 1$, 则 $x^{\frac{1}{2}}$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

2. $\lg 8 + 3\lg 5$ 的值为 ()

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

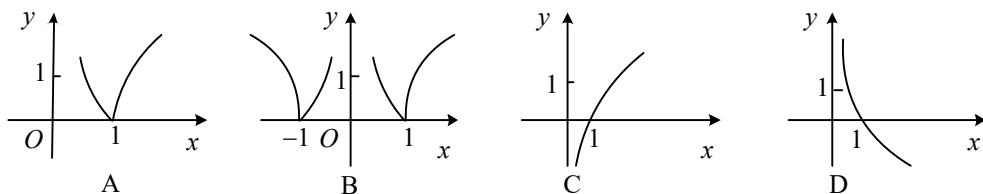
3. 化简 $\frac{1}{2}\log_6 12 - 2\log_6 \sqrt{2}$ 的结果为 ()

- A. $6\sqrt{2}$ B. $12\sqrt{2}$ C. $\log_6 \sqrt{3}$ D. $\frac{1}{2}$

4. 若 $\lg a, \lg b$ 是方程 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 的两个根, 则 $(\lg \frac{a}{b})^2$ 的值等于 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 4 D. $\frac{1}{4}$

5. 函数 $f(x) = |\log_3 x|$ 的图象是 ()



6. 设 $a = \log_3 2, b = \log_5 2, c = \log_2 3$, 则 ()

- A. $a > c > b$ B. $b > c > a$ C. $c > b > a$ D. $c > a > b$

7. 函数 $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x^2 + 4x + 12)$ 的单调递减区间是 ()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(-2, 2)$ D. $(-2, 6)$

8. 若 $\log_a \frac{2}{3} \geq 1 (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $[\frac{2}{3}, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $[\frac{2}{3}, 1)$ D. $[\frac{3}{2}, +\infty)$

9. 已知集合 $A = \{y | y = \log_2 x, x > 1\}, B = \{y | y = (\frac{1}{2})^x, x > 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{y | 0 < y < \frac{1}{2}\}$ B. $\{y | 0 < y < 1\}$ C. $\{y | \frac{1}{2} < y < 1\}$ D. $\emptyset$

10. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 6x + 17)$ 的值域是 ()
- A. $\mathbf{R}$ B. $(-\infty, -3]$ C. $[8, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$
11. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1 + \log_2(2-x), & x < 1 \\ 2^{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$, $f(-2) + f(\log_2 12) =$ ()
- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
12. 若 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 则函数 $y = \log_a(x-1) + 1$ 的图象恒过定点_____.
13. 已知 $f(x) = \log_a(3-ax)$ 在 $x \in [0, 2]$ 上单调递减, 则 a 的取值范围是_____.
14. 已知 x 满足不等式: $2(\log_{\frac{1}{2}} x)^2 + 7\log_{\frac{1}{2}} x + 3 \leq 0$, 求函数 $f(x) = (\log_2 \frac{x}{4}) \cdot (\log_2 \frac{x}{2})$ 的最大值和最小值.

第 09 天 函数经典例题 (1)

1. 设函数 $f(x) = \log_a(x+b)$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图象过点 $(0, 0)$, 其反函数的图象过点 $(1, 2)$, 则 $a+b$ 等于 ()
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
2. 函数 $y = \frac{x-2}{2x-1} (x \neq \frac{1}{2})$ 的反函数是 ()
- A. $y = \frac{2x-1}{x+2} (x \neq -2)$ B. $y = \frac{x-2}{2x-1} (x \neq \frac{1}{2})$
- C. $y = \frac{x+1}{2x-1} (x \neq \frac{1}{2})$ D. $y = \frac{2x-1}{x-2} (x \neq 2)$
3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1 \\ x^2+x-2, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(\frac{1}{f(2)})$ 的值为 ()
- A. $\frac{15}{16}$ B. $-\frac{27}{16}$ C. $\frac{8}{9}$ D. 18
4. 已知 $0 < a < 1$, $x = \log_a \sqrt{2} + \log_a \sqrt{3}$, $y = \frac{1}{2} \log_a 5$, $z = \log_a \sqrt{21} - \log_a \sqrt{3}$, 则 ()
- A. $x > y > z$ B. $z > y > x$
- C. $y > x > z$ D. $z > x > y$
5. 下列函数中, 满足“对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ”的是 ()
- A. $f(x) = \frac{1}{x}$ B. $f(x) = (x-1)^2$
- C. $f(x) = e^x$ D. $f(x) = \ln(x+1)$
6. 方程 $\ln x + 2x = 6$ 的解一定位于区间 ()
- A. (1, 2) B. (2, 3) C. (3, 4) D. (4, 5)

7. 函数 $f(x) = \log_3 x + x - 2$ 的零点所在的区间为 ()
 A. (1, 2) B. (2, 3) C. (3, 4) D. (0, 1)
8. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{|x-2|-1}}{\log_2(x-1)}$ 的定义域为_____.
9. $\log_{\sqrt{2}+1}(3-2\sqrt{2})$ 的值为_____.
10. 若函数 $f(x) = (x+a)(bx+2a)$ (常数 $a, b \in \mathbf{R}$) 是偶函数, 且它的值域为 $(-\infty, 4]$, 则该函数的解析式为_____.
11. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 2]$, 则函数 $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是_____.
12. 方程 $\frac{1+3^{-x}}{1+3^x} = 3$ 的解是_____.
13. 方程 $4^x + 2^x - 2 = 0$ 的解是_____.
14. 求解方程: $\log_3(3^x - 1) \log_3(3^{x-1} - \frac{1}{3}) = 2$.
15. 解方程: $\sqrt{25^{x^2+x-0.5}} = \sqrt[4]{5}$.

第 09 天 函数经典例题 (2)

1. 设 $a = \log_{\frac{1}{2}} \tan 70^\circ$, $b = \log_{\frac{1}{2}} \sin 25^\circ$, $c = (\frac{1}{2})^{\cos 25^\circ}$, 则有 ()
 A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $a < c < b$ D. $c < b < a$
2. 设 $a > 0$, $a \neq 1$, 函数 $y = \log_a x$ 的反函数与 $y = \log_a \frac{1}{x}$ 的反函数的图象关于 ()
 A. x 轴对称 B. y 轴对称 C. $y = x$ 轴对称 D. 原点对称
3. 设 $a = 2^{0.3}$, $b = 0.3^2$, $c = \log_x(x^2+3)$ ($x > 1$), 则 a, b, c 的大小关系是 ()
 A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < b < a$ D. $b < a < c$
4. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 它在 $[0, +\infty)$ 上递减, 那么一定有_____.
 A. $f(-2) \geq f(a^2 - 2a + 3)$ B. $f(-2) > f(a^2 - 2a + 3)$
 C. $f(-2) < f(a^2 - 2a + 3)$ D. $f(-2) \leq f(a^2 - 2a + 3)$
5. 在 $\mathbf{R}$ 上定义的函数 $f(x)$ 是偶函数, 且 $f(x) = f(2-x)$, 若 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上是减函数, 则函数 $f(x)$ ()
 A. 在区间 $[-2, -1]$ 上是增函数, 区间 $[3, 4]$ 上是增函数
 B. 在区间 $[-2, -1]$ 上是减函数, 区间 $[3, 4]$ 上是减函数
 C. 在区间 $[-2, -1]$ 上是减函数, 区间 $[3, 4]$ 上是增函数
 D. 在区间 $[-2, -1]$ 上是增函数, 区间 $[3, 4]$ 上是减函数

6. 记 $f(x) = \log_3(x+1)$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x)$, 则方程 $f^{-1}(x) = 8$ 的解 $x =$ _____.
7. 若 $f(x) = \frac{1}{2^x - 1} + a$ 是奇函数, 则 $a =$ _____.
8. 若函数 $f(x) = x+1$, $g(x) = \sqrt{x}$, $\varphi(x) = e^x$, 则函数 $g\{\varphi^{-1}[f(x)]\}$ 的定义域是_____.
9. 已知 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & x > 0 \\ a^x + b, & x \leq 0 \end{cases}$, 且 $f(0) = 2$, $f(-1) = 3$, 则 $f[f(-3)] =$ _____.
10. 设 $f(x)$ 是 $(x^2 + \frac{1}{2x})^6$ 展开式的中间项, 若 $f(x) \leq mx$ 在区间 $[\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}]$ 上恒成立, 则实数 m 的取值范围是_____.
11. 若 a, b 为方程 $x^2 - \sqrt{10}x + 2 = 0$ 的两根, 则 $\log_4 \frac{a^2 - ab + b^2}{|a - b|}$ 的值为_____.
12. 函数 $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - (\frac{1}{2})^x$ 的零点个数为_____.
13. 函数 $f(x) = 2\sin x \sin(x + \frac{\pi}{2}) - x^2$ 的零点个数为_____.
14. 解方程: $\lg(8 + 2^{x+1}) = 2x(1 - \lg 5)$.

WWW.JUNKAO.COM
咨询热线: 13810115611

第二章 函 数

【答案与详解】

第 04 天 函数概念

1. 【答案】D

【详解】由 $\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$ 得 $0 \leq x \leq 1$.

2. 【答案】D

【详解】由题函数解析式: $f(2) = f(2-1) = f(1) = f(0) = -2$.

3. 【答案】C

【详解】由题意, 得 $f(1) = 2$, $f(f(1)) = f(2) = 2^2 + 2a = 4a$, 解得 $a = 2$.

4. 【答案】A

【详解】 $\because f(a) = -3$, $\therefore$ 当 $a \leq 1$ 时, $f(a) = 2^{a-1} - 2 = -3$, 则 $2^{a-1} = -1$, 此等式显然不成立,

当 $a > 1$ 时, $-\log_2(a+1) = -3$, 解得 $a = 7$, $\therefore f(6-a) = f(-1) = 2^{-1-1} - 2 = -\frac{7}{4}$.

【点评】考查分段函数求值.

5. 【答案】C

【详解】 $f(\frac{2}{3}) = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$, $f(-\frac{1}{3}) = \frac{2}{3}$.

【点评】考查复合函数的对应律.

6. 【答案】B

【详解】函数 $f(x) = x^2 + 2x$ ($-2 \leq x \leq 1$ 且 $x \in \mathbf{Z}$), 所以 $x = -2, -1, 0, 1$; 对应的函数值分别为: $0, -1, 0, 3$; 所以函数的值域为: $\{-1, 0, 3\}$.

7. 【答案】A

【详解】 $-2 \leq x \leq 3 \Rightarrow -1 \leq x+1 \leq 4$. 所以 $y = f(x)$ 的定义域为 $[-1, 4]$

$-1 \leq 2x-1 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ 所以 $y = f(2x-1)$ 的定义域为 $[0, \frac{5}{2}]$.

【点评】考查复合函数的定义域.

8. 【答案】D

【详解】本题 $f(x)$ 为分段函数, 要分别计算每段. 若 $2^{x_0} = 2$, 则 $x_0 = 1$, 满足 $x_0 \geq 0$. 若 $-x_0 = 2$,

则 $x_0 = -2$, 满足 $x_0 < 0$. 所以, 实数 x_0 的值为 1 或 -2 .

【点评】考查分段函数的对应律, 注意分类讨论.

9. 【答案】C

【详解】函数 $f(x) = a^x + \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在 $[1, 2]$ 上是单调函数, 所以
 最大值与最小值之和为 $f(1) + f(2) = \log_a 2 + 6$

$$\Leftrightarrow a + \log_a 1 + a^2 + \log_a 2 = \log_a 2 + 6 \Leftrightarrow a + a^2 - 6 = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 或 } a = -3 (\text{舍})$$

【点评】无论 $f(x)$ 是单调增还是单调减, $f(x)$ 的最大值与最小值之和都是 $f(1) + f(2)$.

10. 【答案】A

$$\text{【详解】 } a = 2^{\frac{4}{3}} = 16^{\frac{1}{3}}, b = 4^{\frac{2}{5}} = 16^{\frac{1}{5}}, c = 25^{\frac{1}{3}}$$

$$\because y = x^{\frac{1}{3}} \text{ 在 } (0, +\infty) \nearrow \therefore 16^{\frac{1}{3}} < 25^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow a < c$$

$$\because y = 16^x \text{ 在 } (0, +\infty) \nearrow \therefore 16^{\frac{1}{5}} < 16^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow b < a$$

$$\therefore b < a < c.$$

11. 【答案】(1) 1 (2) 1

【详解】

$$(1) \text{ 由表知 } g(1) = 3, \therefore f[g(1)] = f(3) = 1;$$

$$(2) \text{ 由表知 } g(2) = 2, \text{ 又 } g[f(x)] = 2, \text{ 得 } f(x) = 2, \text{ 再由表知 } x = 1.$$

12. 【答案】 $[\frac{3}{2}, \frac{9}{5}]$

$$\text{【详解】 } f(x) = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{2x+2-1}{x+1} = 2 - \frac{1}{x+1} \text{ 在 } [1, 4] \text{ 上单调递增, 所以函数最小值为 } f(1) = \frac{3}{2},$$

$$\text{最大值为 } f(4) = \frac{9}{5}, \text{ 所以值域为 } [\frac{3}{2}, \frac{9}{5}].$$

13. 【答案】 $[\frac{1}{2}, +\infty)$

$$\text{【详解】 令 } t = \sqrt{2x-1} (t \geq 0), \text{ 则 } x = \frac{t^2+1}{2}, y = \frac{1}{2}t^2 + t + \frac{1}{2} \text{ 在 } [0, +\infty) \text{ 为增函数, 则 } y \geq \frac{1}{2},$$

$$\text{即函数的值域为 } [\frac{1}{2}, +\infty).$$

14. 【答案】 $(-\infty, 1]$

$$\text{【详解】 原不等式等价于 } \begin{cases} x \geq 0 \\ x+x \leq 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x < 0 \\ x \cdot 0 + x \leq 2 \end{cases}, \text{ 解得 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 或 } x < 0,$$

$$\text{所以解集为 } (-\infty, 1].$$

【点评】考查分段函数的对应律, 注意讨论.

15. 【答案】 $\frac{1}{4}$

$$\text{【详解】 } f(x) = \begin{cases} \log_5 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$$

$$\therefore f(f(\frac{1}{25})) = f(\log_5 \frac{1}{25}) = f(-2) = 2^{-2} = \frac{1}{4}.$$